Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy

KATALOG POŽADAVKŮ K MATURITNÍ ZKOUŠCE

MATEMATIKA

ZÁKLADNÍ ÚROVEŇ OBTÍŽNOSTI

Aktualizace katalogu schváleného Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy ČR
dne 4. 10. 2005 pod č. j. 26 674/05-2/8

Zpracovalo: CENTRUM PRO ZJIŠŤOVÁNÍ VÝSLEDKŮ VZDĚLÁVÁNÍ

Schválilo Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy ČR dne … 2008 pod č. j. …
s účinností od školního roku 2009/2010

Obsah

Úvod

Účel a obsah katalogu

Katalogy požadavků k maturitní zkoušce poskytují všem jejich uživatelům informace o požadavcích kladených na žáky vzdělávacích programů v oborech středního vzdělání s maturitní zkouškou.

Maturitní zkouška z matematiky má charakter didaktického testu a je připravována ve dvou úrovních obtížnosti. Rozdíly mezi úrovněmi obtížnosti jsou vymezeny rozsahem a hloubkou ověřovaných znalostí a dovedností a odlišnostmi v typu použitých testových úloh s otevřenou odpovědí. Tento katalog vymezuje požadavky k maturitní zkoušce základní úrovně obtížnosti.

Pedagogické dokumenty ke katalogu a k maturitní zkoušce

Základem pro zpracování katalogu jsou stávající platné pedagogické dokumenty:
Učební dokumenty pro gymnázia. Praha, Fortuna 1999.
Standard vzdělávání ve čtyřletém gymnáziu. Praha, Fortuna 1999.
Učební osnovy pro SOŠ a SOU, č. 21307/2000 ze 16.6.2000, a dále
učební osnovy matematiky pro technická, přírodovědná a ekonomická lycea.
Zpracovatelé katalogu využili jako podpůrné prameny také publikované standardy a didaktické materiály.[1]
Katalog vymezuje požadavky ke zkoušce matematika v základní úrovni tak, aby si je mohli osvojit žáci bez ohledu na typ navštěvované školy a programového dokumentu, z něhož vychází studijní program dané školy.
Při zpracování katalogu byla zohledněna skutečnost, že na některých středních školách jsou již ověřovány rámcové vzdělávací programy.

1 (1) FUCHS, E., BINTEROVÁ, H. a kol. Standardy a testové úlohy z matematiky pro střední odborná učiliště. Praha: Prometheus, 2003, ISBN 80-7196-294-5

(2) FUCHS, E., KUBÁT, J. a kol.. Standardy a testové úlohy z matematiky pro čtyřletá gymnázia. Praha: Prometheus, 1998. ISBN 80 7196 095 0.

(3) FUCHS, E., PROCHÁZKA, F. a kol. Standardy a testové úlohy z matematiky pro střední odborné školy. Praha: Prometheus, 1998. ISBN 80 7196 097 7.

(4) Měření vědomostí a dovedností – nová koncepce hodnocení žáků. Praha: ÚIV, 1999. 78 s. ISBN 80 211 0333 7. Přel. z: Measuring Student Knowledge and Skills. Paris: OECD, 1999. 82 pp.

Požadavky k maturitní zkoušce

Očekávané znalosti a dovednosti pro zkoušku matematika v základní úrovni obtížnosti jsou v prvé části uvedeny pěti hlavními kategoriemi kompetencí, které by během výuky matematiky na střední škole měly být zohleďňovány.

Osvojení matematických pojmů a dovedností

Žák dovede:

- Užívat správně matematické pojmy (definovat pojmy a určit jejich obsah, charakterizovat pojem různými způsoby, třídit pojmy a nalézat vztahy mezi nimi)
- Numericky počítat a užívat proměnnou (provádět základní početní operace, odhadnout výsledek výpočtu, využít efektivní způsoby výpočtu, upravit výrazy s čísly a proměnnými, stanovit definiční obor výrazu)
- Pracovat s rovinnými a prostorovými útvary (rozpoznat a pojmenovat geometrické útvary, využívat geometrickou představivost při analýze rovinných a prostorových vztahů, měřit a odhadovat výsledek měření, řešit početně geometrickou úlohu, řešit konstrukčně geometrickou úlohu)
- Matematicky argumentovat (rozlišit různé typy tvrzení (definice, věta), rozumět logické stavbě matematické věty)

Matematické modelování

Žák dovede:

- Matematizovat reálné situace (odhalit kvantitativní nebo prostorové vztahy a zákonitosti, vytvořit matematický model reálné situace)
- Pracovat s matematickým modelem
- Ověřit vytvořený model z hlediska reálné situace (vyjádřit výsledek řešení modelu v kontextu reálné situace, vyhodnotit výsledek modelované situace)

Vymezení a řešení problému

Žák dovede:

- Vymezit problém
- Analyzovat problém
- Zvolit vhodnou metodu řešení problému (popsat problém vzorcem, užít známý algoritmus)
- Vyřešit problém
- Diskutovat o výsledcích
- Aplikovat osvojené metody řešení problémů v jiných tématech a oblastech

Komunikace

Žák dovede:

- Číst s porozuměním matematický text
- Vyhodnotit informace kvantitativního i kvalitativního charakteru obsažené v grafech, diagramech, tabulkách atd.
- Přesně se vyjádřit (užívat jazyk matematiky včetně symboliky a terminologie, zdůvodnit matematické tvrzení, obhájit vlastní řešení problému, prezentovat výsledky řešení úlohy (geometrické konstrukce) na dobré grafické úrovni)
- Prezentovat získané informace a výsledky (zpracovat získané údaje formou grafů, diagramů, tabulek atd.)

Užití pomůcek

Žák dovede:

- Využít informační zdroje (odborná literatura, internet atd.)
- Efektivně řešit problémy pomocí kalkulátoru a PC
- Použít kalkulátor a PC k prezentaci řešení problémů
- Použít tradiční prostředky grafického vyjadřování

Druhá část požadavků obsahuje již konkrétní dovednosti a znalosti z jednotlivých tematických celků tak, jak byly týmem spolupracovníků v zastoupení všech typů středních škol a odborných ústavů určeny.

1. Číselné obory

Žák dovede:

1.1 Přirozená čísla

- provádět aritmetické operace s přirozenými čísly
- rozlišit prvočíslo a číslo složené, rozložit přirozené číslo na prvočinitele
- užít pojem dělitelnosti přirozených čísel a znaky dělitelnosti
- určit největší společný dělitel a nejmenší společný násobek přirozených čísel

1.2 Celá čísla

- provádět aritmetické operace s celými čísly
- užít pojem opačné číslo

1.3 Racionální čísla

- pracovat s různými tvary zápisu racionálního čísla a jejich převody
- provádět operace se zlomky
- provádět operace s desetinnými čísly včetně zaokrouhlování, určit řád čísla
- řešit praktické úlohy na procenta a užívat trojčlenku
- znázornit racionální číslo na číselné ose

1.4 Reálná čísla

- zařadit číslo do příslušného číselného oboru
- provádět aritmetické operace v číselných oborech
- užít pojmy opačné číslo a převrácené číslo
- znázornit reálné číslo nebo jeho aproximaci na číselné ose
- určit absolutní hodnotu reálného čísla a chápat její geometrický význam
- zapisovat a znázorňovat intervaly, určovat jejich průnik a sjednocení
- užít druhé a třetí mocniny a odmocniny
- provádět operace s mocninami s celočíselným exponentem
- ovládat početní výkony s mocninami a odmocninami

2. Algebraické výrazy

Žák dovede:

2.1 Algebraický výraz

- určit hodnotu výrazu
- určit nulový bod výrazu

2.2 Mnohočleny

- provádět početní operace s mnohočleny
- rozložit mnohočlen na součin užitím vzorců a vytýkáním

2.3 Lomené výrazy

- provádět operace s lomenými výrazy
- určit definiční obor lomeného výrazu

2.4 Výrazy s mocninami a odmocninami

- provádět operace s výrazy obsahujícími mocniny a odmocniny

3. Rovnice a nerovnice

Žák dovede:

3.1 Lineární rovnice a jejich soustavy

- řešit lineární rovnice o jedné neznámé
- vyjádřit neznámou ze vzorce
- užít lineární rovnice při řešení slovní úlohy
- řešit početně i graficky soustavu dvou lineárních rovnic o dvou neznámých

3.2 Rovnice s neznámou ve jmenovateli

- stanovit definiční obor rovnice
- řešit rovnice s neznámou ve jmenovateli o jedné neznámé
- vyjádřit neznámou ze vzorce
- užít rovnice s neznámou ve jmenovateli při řešení slovní úlohy
- využít k řešení slovní úlohy grafu nepřímé úměry

3.3 Kvadratické rovnice

- řešit neúplné i úplné kvadratické rovnice
- užít vztahy mezi kořeny a koeficienty kvadratické rovnice
- užít kvadratickou rovnici při řešení slovní úlohy

3.4 Lineární nerovnice s jednou neznámou a jejich soustavy

- řešit lineární nerovnice s jednou neznámou a jejich soustavy
- řešit rovnice a nerovnice v součinovém a podílovém tvaru

4. Funkce

Žák dovede:

4.1 Základní poznatky o funkcích

- užít různá zadání funkce a používat s porozuměním pojmy: definiční obor, obor hodnot, hodnota funkce v bodě, graf funkce
- sestrojit graf funkce $y = f(x)$
- určit průsečíky grafu funkce s osami soustavy souřadnic
- modelovat reálné závislosti pomocí elementárních funkcí

4.2 Lineární funkce, nepřímá úměrnost

- užít pojem a vlastnosti přímé úměrnosti, sestrojit její graf
- určit lineární funkci, sestrojit její graf,
- objasnit geometrický význam parametrů a, b v předpisu funkce $y = ax + b$
- určit předpis lineární funkce z daných bodů nebo grafu funkce
- užít pojem a vlastnosti nepřímé úměrnosti, načrtnout její graf
- řešit reálné problémy pomocí lineární funkce a nepřímé úměrnosti

4.3 Kvadratické funkce

- určit kvadratickou funkci, stanovit definiční obor a obor hodnot, sestrojit graf kvadratické funkce
- vysvětlit význam parametrů v předpisu kvadratické funkce, určit intervaly monotonie a bod, v němž nabývá funkce extrému
- řešit reálné problémy pomocí kvadratické funkce

4.4 Exponenciální a logaritmické funkce, jednoduché rovnice

- určit exponenciální a logaritmickou funkci, u každé z nich stanovit definiční obor a obor hodnot, sestrojit jejich grafy
- vysvětlit význam základu a v předpisech obou funkcí, monotonie
- užít logaritmu a jeho vlastností, řešit jednoduché exponenciální a logaritmické rovnice
- použít poznatky o funkcích v jednoduchých praktických úlohách

4.5 Goniometrické funkce

- užívat pojmů úhel, stupňová míra, oblouková míra
- definovat goniometrické funkce v pravoúhlém trojúhelníku
- definovat goniometrické funkce v intervalu $\langle 0; 2\pi \rangle$, resp. $\langle -\pi/2; \pi/2 \rangle$ či $\langle 0; \pi \rangle$, u každé z nich určit definiční obor a obor hodnot, sestrojit graf
- užít vlastností goniometrických funkcí, určit intervaly monotonie, případně body, v nichž nabývá funkce extrému

5. Posloupnosti a finanční matematika

Žák dovede:

5.1 Základní poznatky o posloupnostech

- aplikovat znalosti o funkcích při úvahách o posloupnostech a při řešení úloh o posloupnostech
- určit posloupnost vzorcem pro n-tý člen, graficky, výčtem prvků

5.2 Aritmetická posloupnost

- určit aritmetickou posloupnost a chápat význam diference
- užít základní vzorce pro aritmetickou posloupnost

5.3 Geometrická posloupnost

- určit geometrickou posloupnost a chápat význam kvocientu
- užít základní vzorce pro geometrickou posloupnost

5.4 Využití posloupností pro řešení úloh z praxe, finanční matematika

- využít poznatků o posloupnostech při řešení problémů v reálných situacích
- řešit úlohy finanční matematiky

6. Planimetrie

Žák dovede:

6.1 Planimetrické pojmy a poznatky

- správně užít pojmy bod, přímka, polopřímka, rovina, polorovina, úsečka, úhly – vedlejší, vrcholové, střídavé, souhlasné, objekty znázornit
- užít s porozuměním polohové a metrické vztahy mezi geometrickými útvary v rovině (rovnoběžnost, kolmost a odchylka přímek, délka úsečky a velikost úhlu, vzdálenosti bodů a přímek)
- rozlišit konvexní a nekonvexní útvary, popsat a správně užívat jejich vlastnosti
- využívat poznatků o množinách všech bodů dané vlastnosti při řešení úloh

6.2 Trojúhelníky

- určit objekty v trojúhelníku, znázornit je a správně užít jejich základních vlastností, pojmů užívat s porozuměním (strany, vnitřní a vnější úhly, osy stran a úhlů, výšky, těžnice, střední příčky, kružnice opsané a vepsané)
- při řešení úloh argumentovat s využitím poznatků vět o shodnosti a podobnosti trojúhelníků
- aplikovat poznatky o trojúhelnících (obvod, obsah, velikost výšky, Pythagorova věta, poznatky o těžnicích a těžišti) v úlohách početní geometrie
- řešit praktické úlohy s užitím trigonometrie pravoúhlého trojúhelníku a obecného trojúhelníku (sinová věta, kosinová věta, obsah trojúhelníku určeného *sus*)

6.3 Mnohoúhelníky

- rozlišit základní druhy čtyřúhelníků, popsat a správně užít jejich vlastnosti (různoběžníky, rovnoběžníky, lichoběžníky), pravidelné mnohoúhelníky
- pojmenovat, znázornit a správně užít základní pojmy ve čtyřúhelníku (strany, vnitřní a vnější úhly, osy stran a úhlů, kružnice opsaná a vepsaná, úhlopříčky, výšky), popsat a užít vlastnosti konvexních mnohoúhelníků a pravidelných mnohoúhelníků
- užít s porozuměním poznatky o čtyřúhelníku (obvod, obsah, vlastnosti úhlopříček a kružnice opsané nebo vepsané) v úlohách početní geometrie
- užít s porozuměním poznatky o pravidelném mnohoúhelníku v úlohách početní geometrie

6.4 Kružnice a kruh

- pojmenovat, znázornit a správně užít základní pojmy týkající se kružnice a kruhu, popsat a užít jejich vlastnosti

- užít s porozuměním polohové vztahy mezi body, přímkami a kružnicemi
- aplikovat metrické poznatky o kružnicích a kruzích (obvod, obsah) v úlohách početní geometrie

6.5 Geometrická zobrazení

- popsat a určit shodná zobrazení (souměrnosti, posunutí, otočení) a užít jejich vlastnosti

7. Stereometrie

Žák dovede:

7.1 Tělesa

- charakterizovat jednotlivá tělesa, vypočítat jejich objem a povrch (krychle, kvádr, hranol, jehlan, rotační válec, rotační kužel, komolý jehlan a kužel, koule a její části)
- využít poznatků o tělesech v praktických úlohách

8. Analytická geometrie

Žák dovede:

8.1 Souřadnice bodu a vektoru na přímce

- určit vzdálenost dvou bodů a souřadnice středu úsečky
- užít pojmy vektor a jeho umístění, souřadnice vektoru a velikost vektoru
- provádět operace s vektory (součet vektorů, násobek vektoru reálným číslem)

8.2 Souřadnice bodu a vektoru v rovině

- určit vzdálenost dvou bodů a souřadnice středu úsečky
- užít pojmy vektor a jeho umístění, souřadnice vektoru a velikost vektoru
- provádět operace s vektory (součet vektorů, násobek vektoru reálným číslem, skalární součin vektorů)
- určit velikost úhlu dvou vektorů

8.3 Přímka v rovině

- užít parametrické vyjádření přímky, obecnou rovnici přímky a směrnicový tvar rovnice přímky v rovině
- určit a aplikovat v úlohách polohové a metrické vztahy bodů a přímek

9. Kombinatorika, pravděpodobnost a statistika

Žák dovede:

9.1 Základní poznatky z kombinatoriky a pravděpodobnosti

- užít základní kombinatorická pravidla
- rozpoznat kombinatorické skupiny (variace, permutace, kombinace bez opakování), určit jejich počty a umět je užít v reálných situacích
- počítat s faktoriály a kombinačními čísly
- s porozuměním užívat pojmy náhodný pokus, výsledek náhodného pokusu, náhodný jev, opačný jev, nemožný jev a jistý jev
- určit množinu všech možných výsledků náhodného pokusu, počet všech výsledků příznivých náhodnému jevu a vypočítat pravděpodobnost náhodného jevu

9.2 Základní poznatky ze statistiky

- vysvětlit a použít pojmy statistický soubor, rozsah souboru, statistická jednotka, statistický znak kvalitativní a kvantitativní
- vypočítat absolutní a relativní četnost hodnoty znaku sestavit tabulku četností, graficky znázornit rozdělení četností
- určit charakteristiky polohy (aritmetický průměr, medián, modus) a variability (rozptyl a směrodatná odchylka)
- vyhledat a vyhodnotit statistická data v grafech a tabulkách

Základní specifikace zkoušky z matematiky

Zkouška z matematiky ověřuje matematické základy formou didaktického testu. Test obsahuje uzavřené a otevřené úlohy. V uzavřených úlohách je vždy právě jedna alternativa v nabídce správná. V průběhu společné maturitní zkoušky z matematiky budou mít žáci k dispozici Matematické, fyzikální a chemické tabulky pro střední školy, budou moci používat kalkulátor bez grafického režimu a rýsovací potřeby. Následující tabulka uvádí přibližné procentuální zastoupení jednotlivých témat v didaktickém testu.

Tematické okruhy	%
1. Číselné množiny	5–10
2. Algebraické výrazy	10–20
3. Rovnice a nerovnice	15–25
4. Funkce	10–20
5. Posloupnosti a finanční matematika	5–10
6. Planimetrie	10–20
7. Stereometrie	10–20
8. Analytická geometrie	5–10
9. Kombinatorika, pravděpodobnost a statistika	5–15

Příklady testových úloh

Testové úlohy jsou uvedeny jako samostatné ukázky, jejich zastoupení necharakterizuje strukturu testu. Soubor ukázek nelze považovat za sestavený test. V ukázkách uzavřených úloh jsou autorská řešení označena tučnou sazbou alternativy uvádějící správnou odpověď. U otevřených úloh je správné řešení uvedeno za úlohou.

1. Číselné množiny

Úloha 1

Počet celých čísel v intervalu $\left\langle -\sqrt[3]{10^9}, \sqrt{10000} \right)$ je:

A) 1 099
B) 1 100
C) 1 101
D) 11 001

Úloha 2

Akciová společnost prodala letos za první čtvrtletí zboží za 78 milionů Kč. Ve srovnání se stejným obdobím minulého roku to bylo o 13 % více. Za kolik milionů korun prodala společnost zboží v prvním čtvrtletí minulého roku? Výsledek zaokrouhlete na celé miliony.

Řešení: Za 69 milionů korun.

Úloha 3

Dvanáct dělníků provede zemní práce za 15 dní. Za jak dlouho by provedlo tyto práce devět dělníků za předpokladu, že výkon všech dělníků je stejný?

Řešení: Za 20 dní.

Úloha 4

Kamarádi byli na výletě. Peníze, které každý složil jako zálohu, beze zbytku utratili. Při závěrečném účtování celkovou útratu rovnoměrně rozdělili na osobu a den, někdo pak musel doplácet a jinému se peníze vracely. Vyúčtování je zapsáno do tabulky.

Níže uvedená tabulka je neúplná (špatně čitelné údaje byly vynechány). Doplňte správná čísla do prázdných políček.

Jméno	Počet dnů	Záloha [Kč]	Musí doplatit [Kč]	Bude mu vráceno [Kč]
Adam	7	540	0	36
David		490	0	58
Filip	7		44	0
Honza	4			0

Řešení:

Jméno	Počet dnů	Záloha [Kč]	Musí doplatit [Kč]	Bude mu vráceno [Kč]
Adam	7	540	0	36
David	6	490	0	58
Filip	7	460	44	0
Honza	4	238	50	0

2. Algebraické výrazy

Úloha 1

Zapište výsledek dělení a stanovte, pro která reálná čísla *r* má dělení smysl: $\left(r^3-2r^2-9r+18\right):\left(r-3\right)$.

Řešení: r^2+r-6; $r\neq 3$

Úloha 2

Rozhodněte u následujících tvrzení, zda jsou pravdivá (ANO), nebo nepravdivá (NE).

2.1 Pro každá dvě reálná čísla a, b platí $\left(a+b\right)^2=a^2+b^2$ (ANO–**NE**)

2.2 Pro každé reálné x platí $(-3-x)^2=9+6x+x^2$ (**ANO**–NE)

2.3 Pro každé reálné $a\neq 1$ platí $1-a\cdot\dfrac{1-a}{a-1}=a+1$ (**ANO**–NE)

2.4 Pro každé reálné $c\neq 2$ platí $\dfrac{2-c^2}{c-2}=2+c$ (ANO–**NE**)

Úloha 3

3.1 Určete, kdy má výraz $\dfrac{x^2+3x-10}{x^2-4}$ smysl, a výraz zjednodušte.

3.2 Určete hodnotu výrazu $\dfrac{x^2+3x-10}{x^2-4}$ pro $x=0$.

3.3 Pro které hodnoty $x\in\mathbf{R}$ má výraz $\dfrac{x^2+3x-10}{x^2-4}$ hodnotu 0?

3.4 Pro které hodnoty $x\in\mathbf{R}$ má výraz $\dfrac{x^2+3x-10}{x^2-4}$ hodnotu 1?

Řešení: 3.1 $\dfrac{x+5}{x+2}$; $x\neq\pm 2$, 3.2 $2{,}5$; 3.3 $x=-5$;

3.4 Výraz nenabývá hodnoty 1 pro žádnou reálnou hodnotu proměnné x.

Úloha 4

Upravte výraz $\dfrac{b}{b+2}-\dfrac{b^2-2b}{4-b^2}$ a určete, kdy má smysl:

A) $\dfrac{2b}{b+2}$; $b\neq -2, b\neq 2$

B) 0; $b\neq -2, b\neq 4$

C) $\dfrac{2b}{b-2}$; $b\neq -2, b\neq 2$

D) $\dfrac{b}{b+2}$; $b\neq -2, b\neq 2$

3. Rovnice a nerovnice

Úloha 1

Na večírek přišlo třikrát více chlapců než děvčat. Po odchodu 8 chlapců a 8 děvčat zbylo na večírku pětkrát více chlapců než děvčat. Kolik chlapců a kolik děvčat přišlo na večírek?

Řešení: 48 chlapců, 16 děvčat

Úloha 2

V rovnici $x^2 + bx - 12 = 0$ s neznámou *x* je jeden kořen $x_1 = -2$. Určete koeficient *b* a druhý kořen.

Řešení: $b = -4$, $x_2 = 6$

Úloha 3

Množina všech reálných řešení nerovnice $\frac{4x-7}{2} - \frac{x-4}{6} \geq 2x - 3$ je:

A) $\left\langle \frac{14}{9}, +\infty \right)$

B) $\langle 1, +\infty)$

C) $(-\infty, 1\rangle$

D) $(-\infty, 2\rangle$

Úloha 4

Vyjádříme-li ze vzorce $\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$ veličinu *f*, dostaneme:

A) $f = (n-1)(r_1 + r_2)$

B) $f = \frac{1}{n-1}(r_1 + r_2)$

C) $f = \frac{r_1 r_2}{(n-1)(r_1 + r_2)}$

D) $f = \frac{(n-1) r_1 r_2}{r_1 + r_2}$

4. Funkce

Úloha 1

Pan Mrázek odečítal (vždy v 7:00 h) v jednotlivých dnech měsíce údaj na plynoměru, aby zkontroloval spotřebu plynu v domácnosti. Údaje zapisoval do tabulky:

Datum odečtu	Údaj na plynoměru v m^3
1.4.	1 243,56
7.4.	1 248,73
12.4.	1 256,80
18.4.	1 263,95
25.4.	1 275,15

Určete interval mezi dvěma následujícími zápisy, ve kterém byla průměrná denní spotřeba plynu největší.

A) od 1.4. – 7.4.
B) od 7.4. – 12.4.
C) od 12.4. – 18.4.
D) od 18.4. – 25.4.

Úloha 2

Teplota se měří v Celsiových nebo Fahrenheitových stupních. Teplota *f* ve Fahrenheitových stupních je lineární funkcí teploty *c* v Celsiových stupních. Určete předpis pro tuto funkci, jestliže 8 °C odpovídá 46,4 °F a 24 °C odpovídá 75,2 °F.

Řešení: $f = 1{,}8c + 32{,}0$

Úloha 3

V půjčovně automobilů se pan Novák rozhoduje, jestli si půjčí automobil A nebo B. Náklady *n* (v Kč) na provoz automobilu A jsou určeny lineární funkcí $n = 3\,000 + 2{,}4x$, náklady na provoz automobilu B lineární funkcí $n = 9\,000 + 1{,}6x$, kde *x* je ujetá vzdálenost (v km). Určete dolní mez pro ujetou vzdálenost, kterou by měl pan Novák vypůjčeným automobilem překročit, aby se mu vyplatila výpůjčka automobilu B.

Řešení: 7 500 km

Úloha 4

Libovolné množství bakterií se během každých 2 hodin ($x = 2$) zvětší čtyřikrát ($y = 4$). Funkční závislost y na čase x vyjadřuje exponenciální funkce $y = a^x$, kde $x \geq 0$. Kolikrát se změní množství bakterií během 6 hodin?

A) dvanáctkrát
B) šestnáctkrát
C) čtyřiadvacetkrát
D) čtyřiašedesátkrát

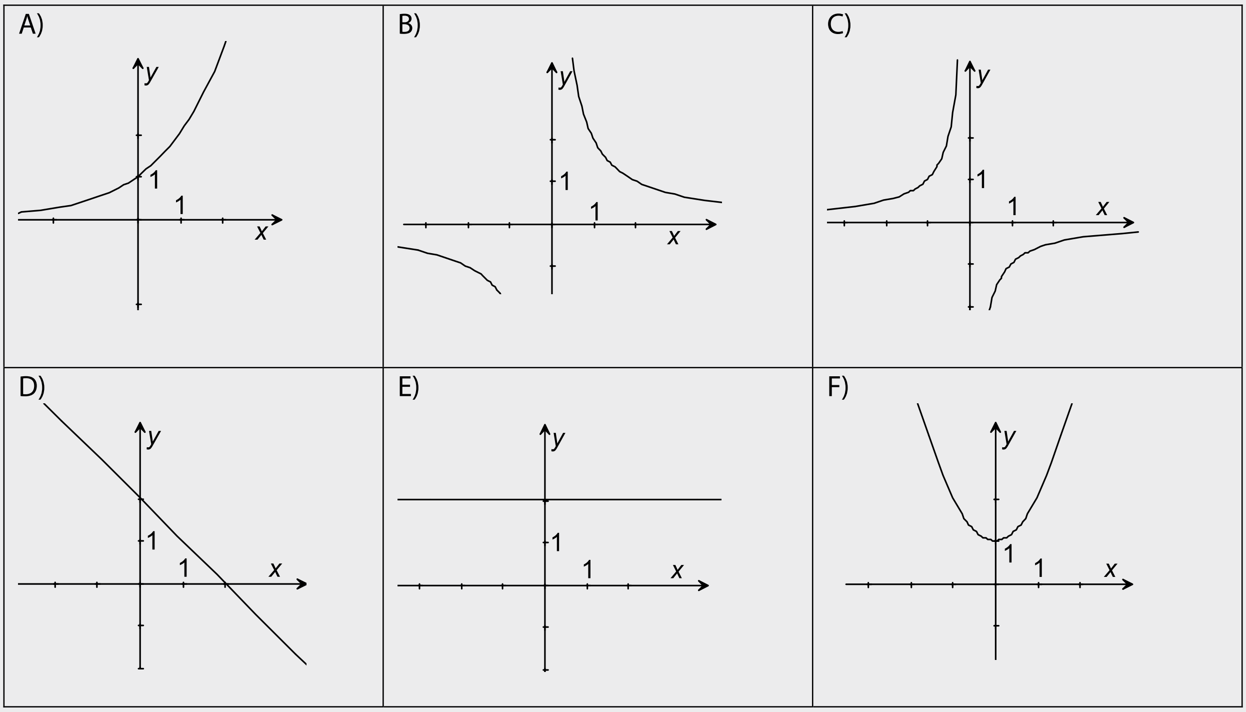
Úloha 5
Ke každé funkci dané předpisem (v úlohách 5.1–5.4) najděte příslušný graf v obrázcích A)–F).

5.1 $f: y = 2 - x$

5.2 $f: y = \dfrac{2}{x}$

5.3 $f: y = 2^x$

5.4 $f: y = -x^{-1}$



Řešení: 5.1–D, 5.2–B, 5.3–A, 5.4–C

5. Posloupnosti a finanční matematika

Úloha 1
Plechovky jsou narovnány v deseti řadách nad sebou. Každá vyšší řada má o jednu plechovku méně. Ve spodní řadě je 24 plechovek. Kolik je všech plechovek?

Řešení: 195

Úloha 2
V soutěži byly za prvních 6 míst vyplaceny odměny v celkové hodnotě 2 400,– Kč. Nejvyšší odměna byla za první místo, za další umístění se odměny postupně snižovaly, vždy o stejnou částku.

Které tvrzení je pravdivé?

A) Součet částek pouze za 1. a 6. místo je roven 800,– Kč.
B) Součet částek pouze za 1. a 6. místo je roven 1 200,– Kč.
C) Součet částek pouze za 1. a 6. místo je větší než 1 200,– Kč.
D) Součet částek pouze za 1. a 6. místo nelze jednoznačně určit.

Úloha 3
Aby součet všech přirozených čísel od jedné do *n* přesáhl 1 000 000, musí být *n* rovno alespoň:

A) 1 000
B) 1 202
C) 1 414
D) 1 828

Úloha 4
V rámci úsporných opatření rozhodlo vedení podniku, že na konci každého čtvrtletí klesne počet zaměstnanců podniku o 7 % oproti stavu na počátku čtvrtletí.

O kolik procent klesne počet zaměstnanců od začátku roku k počátku ledna roku následujícího?

A) 22
B) 25
C) 27
D) 30

Úloha 5
Majitel dílny nakoupil na úvěr s roční úrokovou mírou 10 % materiál v ceně 800 000 Kč, úroky se připisují koncem každého roku. Majitel splatí celou částku jednorázově po uplynutí pěti let. O kolik procent splátka převýší úvěr?

Řešení: přibližně o 61 %

6. Planimetrie

Úloha 1
Určete obsah obdélníku *ABCD*, jestliže délka strany *AB* je 84 cm a úhlopříčka *AC* má délku o 72 cm větší než je délka strany *BC*.

Řešení: 1 092 cm^2

Úloha 2
Velikost vnitřního úhlu pravidelného osmiúhelníku je:

A) 108°
B) 120°
C) 135°
D) 140°

Úloha 3
Zvolte závěr se všemi správnými tvrzeními.

Jestliže se průměr kruhu zvětší třikrát, pak se jeho

A) poloměr zvětší 3krát, obvod se zvětší 3krát a obsah se zvětší 3krát
B) poloměr zvětší 3krát, obvod se zvětší 3krát a obsah se zvětší 9krát
C) poloměr zvětší 9krát, obvod se zvětší 9krát a obsah se zvětší 9krát
D) poloměr zvětší 3krát, obvod se zvětší 6krát a obsah se zvětší 9krát

7. Stereometrie

Úloha 1
Jedna z kopulí hvězdárny M. Koperníka v Brně má tvar poloviny kulové plochy o průměru 6 m. Náklad na 1 m^2 nátěru je 150 Kč. Kolik stojí natření střechy kopule? Výsledek zaokrouhlete na

stovky Kč.

Poznámka: Počítejte s hodnotou $\pi \doteq 3{,}14$.

Řešení: 8 500 Kč

Úloha 2
Na polici stojí akvárium tvaru krychle, do něhož se vejde 27 l vody. Tloušťka skla akvária je 5 mm. Jakou plochu na polici akvárium zabírá?

A) 30 dm^2
B) 90 dm^2
C) 900 cm^2
D) 961 cm^2

Úloha 3
Silniční válec má průměr 120 cm a šířku 1,75 m. Kolik m^2 uválí za pět otočení? Výsledek zaokrouhlete na m^2.
Poznámka: Počítejte s hodnotou $\pi \doteq 3{,}14$.

Řešení: 33 m^2

8. Analytická geometrie

Úloha 1

Parametrické vyjádření přímky $p:\ x-2y-7=0$ je:

A) $x = 1 + 2t, y = -3 + t; t \in R$
B) $x = -1 - 2t, y = -3 - t; t \in R$
C) $x = -3 + 2t, y = 1 + t; t \in R$
D) $x = 1 - 2t, y = -3 + t; t \in R$

Úloha 2

Je dána přímka $q: x = 3t, y = 12 - 4t,\ t \in R$

Určete její vzdálenost od rovnoběžné přímky p procházející počátkem souřadnicového systému.

Řešení: $\frac{36}{5}$

Úloha 3

Je dán pravidelný šestiúhelník *ABCDEF* se středem S. Označme vektory $\vec{u} = \overrightarrow{AB},\ \vec{v} = \overrightarrow{BC}$

Rozhodněte o každém následujícím tvrzení, zda je pravdivé (ANO), nebo nepravdivé (NE).

3.1 $\overrightarrow{AC} = \vec{u} + \vec{v}$ (**ANO**–NE)
3.2 $\overrightarrow{SB} = \vec{u} - \vec{v}$ (**ANO**–NE)
3.3 $\overrightarrow{AE} = 2\vec{v} - \vec{u}$ (**ANO**–NE)
3.4 $\overrightarrow{FD} = 2\vec{u} - \vec{v}$ (ANO–**NE**)

9. Kombinatorika, pravděpodobnost a statistika

Úloha 1

Zákazník si vybírá materiál pro šatní skříně – jeden druh dřeva a jeden typ doplňků. V nabídce je 7 druhů světlého dřeva, 6 druhů tmavého dřeva, a dále 4 typy doplňků vhodných jen pro světlé dřevo, 5 typů vhodných jen pro tmavé dřevo a 2 univerzální typy pro jakýkoliv druh dřeva. Kolik vhodných dvojic (dřevo a doplňky) je možné nabídnout?

A) 143
B) 85
C) 13^2
D) jiná možnost

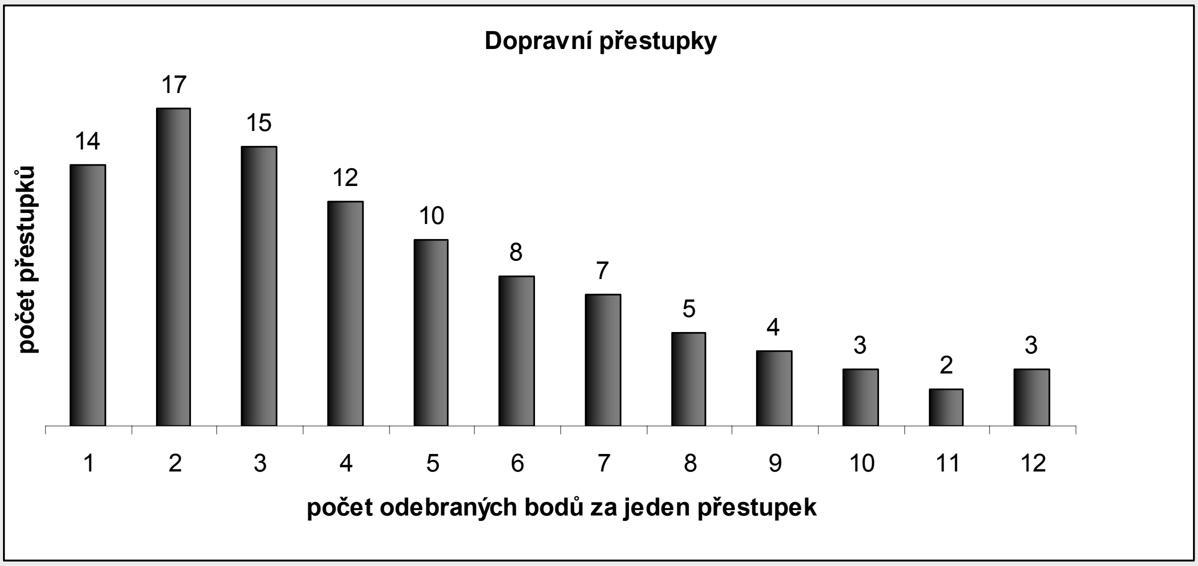
Úloha 2
Čtyři studenti sportovního gymnázia zadávali anketu. Pět set náhodně oslovených lidí jim odpovědělo na otázku, zda pravidelně jezdí na kole nebo na in–line bruslích. Jejich odpovědi jsou zpracovány v tabulce

	Jezdí na kole	Nejezdí na kole
Jezdí na in–line bruslích	90	20
Nejezdí na in–line bruslích	210	180

2.1 S jakou pravděpodobností mohl jeden ze studentů vyhrát sázku, že první osoba z náhodně oslovených jezdí **pouze** na in–line bruslích?
2.2 Jaké procento lidí z dotázaných **nejezdí** na in–line bruslích?

Řešení: 2.1 Student mohl vyhrál sázku s pravděpodobností $p = 0{,}04$; 2.2 Na in–line bruslích nejezdí 78 % dotázaných.

Úloha 3
V grafu je statistika dopravních přestupků ve sledovaném období.



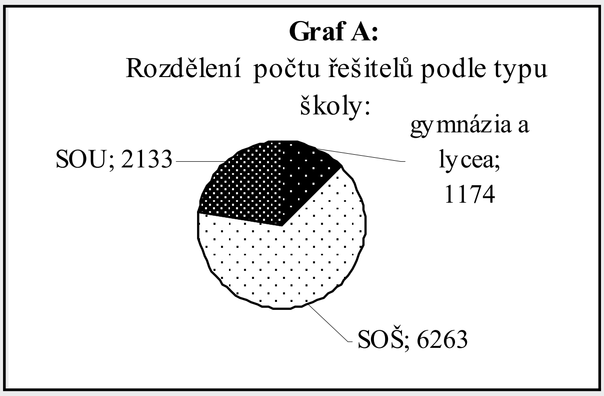
(Například deseti řidičům bylo v tomto období odebráno po 5 bodech za jeden přestupek.)

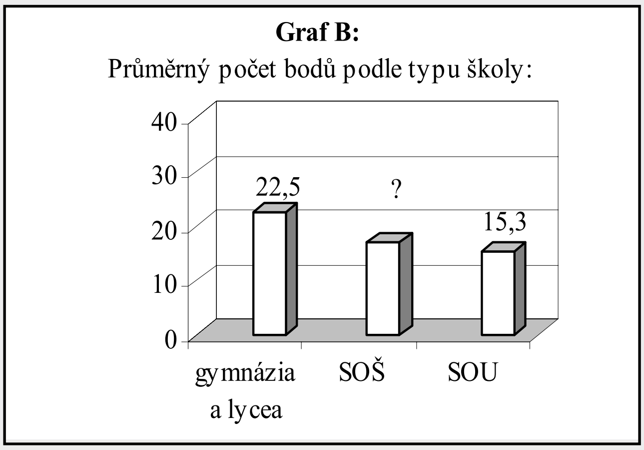
3.1 Kolik bodů bylo za přestupky odebíráno nejčastěji?
3.2 Určete průměrný počet bodů odebraných za jeden přestupek.
3.3 Kolikrát počet odebraných bodů překročil průměrnou hodnotu?
3.4 Určete medián.

Řešení: 3.1 2 body; 3.2 4,52 bodu; 3.3 ve 42 případech; 3.4 4 body

Úloha 4
Graf A ukazuje, kolik žáků třech základních typů středních škol řešilo v roce 2003 úlohy z matematiky. Graf B poskytuje informaci o průměrném počtu bodů (ze 40 možných), které se jim podařilo získat. Průměrný počet bodů všech řešitelů byl 17,4. Jaký průměrný počet bodů získali v tomto roce studenti SOŠ? Výsledek zaokrouhlete na desetiny.

(SOŠ jsou střední odborné školy, SOU jsou střední odborná učiliště.)





Řešení: 17,2 bodu

Úloha 5
V tabulce jsou uvedeny výsledky zápasů pěti fotbalových družstev, z nichž každé sehrálo 10 zápasů. Za každou výhru získává družstvo 3 body a za každou remízu 1 bod. Slavie prohrála 3 zápasy z deseti a získala celkem 17 bodů. Kolik zápasů vyhrála?

Družstvo	**Počet**			**Body**
	Výhra	**Remíza**	**Prohra**	
Sparta	8	1	1	25
Slavia	?	?	3	17
Teplice	6	3	1	21
Liberec	2	4	4	10
Ostrava	6	2	2	20

A) 5 zápasů
B) 4 zápasy
C) 3 zápasy
D) jiný počet zápasů

Úloha 6
Graf ukazuje odchylky maximálních denních teplot od pondělí do pátku od průměrné dlouhodobé polední teploty (ve stupních Celsia). Průměrná dlouhodobá polední teplota byla 20 °C. Jaký byl průměr maximálních teplot v uvedených 5 dnech?

A) 14 °C
B) 16 °C
C) 18 °C
D) 20 °C